УДК 523.24

Новая система начальных параметров для численного моделирования движения галилеевых спутников Юпитера

©2002 г. В.А. Авдюшев

НИИ прикладной математики и механики при Томском госуниверситете, Томск

Аннотация. В результате дифференциальной коррекции по аналитической теории Лиске на 100-летнем интервале времени получена новая система начальных параметров для численного моделирования движения галилеевых спутников Юпитера.

ВВЕДЕНИЕ

В работе (Авдюшев, 1999), автором была предпринята попытка построить высокоточную численную модель движения галилеевых спутников на основе регуляризированных и стабилизированных уравнений Кустаанхеймо-Штифеля (KS) и получить для нее систему начальных параметров, которая бы хорошо представляла эфемериду известной аналитической теории Лиске (Лиске, 1998). Для коррекции численной модели по аналитической теории использовался метод наименьших квадратов, применяемый поочередно к определению оцениваемых параметров каждого спутника в отдельности. Этот подход был оправдан тем, что он существенно сокращал число изохронных производных на этапе коррекции. Это было весьма важно, поскольку производные определялись путем численного интегрирования их дифференциальных уравнений. В результате удалось добиться сходимости процедуры исправления только на 3-летнем интервале времени. Кроме того, анализ согласованности численной теории с теорией Лиске на более длительном интервале времени выявил значительное систематическое расхождение численной эфемериды от аналитической.

Оставаясь в рамках предыдущей постановки задачи, в настоящей работе автор на этапе коррекции применяет метод наименьших квадратов ко всем оцениваемым параметрам динамической системы, а для вычисления изохронных производных пользуется конечными разностями первого порядка. Это позволило добиться сходимости процедуры улучшения на 100-летнем интервале времени.

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ И ПРОЦЕДУРА КОРРЕКЦИИ

В основу численной модели движения спутников были положены дифференциальные уравнения в KS-элементах (Штифель, Шейфеле, 1971) с обобщенной эксцентрической аномалией спутника Ио в качестве независимой переменной (Авдюшев, 1999).

Система уравнений движения (40-го порядка) интегрировалась методом Эверхарта 15-го порядка с параметром $L = 12$ (Эверхарт, 1974) в арифметике с точностью 10^{-16}. Оценка методической точности в (Авдюшев, 1999) показала, что разработанная модель вполне пригодна для поставленной здесь задачи.

Модель сил, определяющая правые части дифференциальных уравнений, была составлена в соответствие с теорией Лиске (Лиске, 1998) и, таким образом, включала в себя следующие факторы: влияние гравитационного поля Юпитера с учетом второй и четвертой зональных гармоник и прецессионного движения экватора планеты, взаимное гравитационное влияние галилеевых спутников, а также притяжение Сатурна и Солнца. Для вычисления координат Солнца и Сатурна использовалась эфемерида DE200/LE200. Все физические параметры модели были взяты из работы (Лиске, 1998).

Для коррекции численной эфемериды по аналитической (теории Лиске) использовался метод наименьших квадратов, где оценивался 24-мерный вектор начального состояния динамической системы (прямоугольных координат и их временных производных) на эпоху JD 2451545.0. В качестве минимизируемой функции была выбрана сумма квадратов компонент вектора невязок, составленного по отклонениям численной эфемериды от аналитической на временном интервале 99.3 лет с шагом 10.25 оборотов Ио (приблизительно 18 суток). Таким образом, определение начальных параметров осуществлялось по 2000 моментам.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИЗОХРОННЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Как уже было замечено выше, использование дифференциальных уравнений для нахождения изохронных производных весьма проблематично, поскольку это предполагает интегрирование системы 616-го порядка, которая, кроме того, довольно сложна. В то же время, известно, что для сходимости процедуры исправления нет необходимости знать эти производные точно. Поэтому мы воспользовались приближенными формулами для вычисления производных, а именно разделенными разностями первого порядка вида

$$\frac{p_i(t, q_1, \ldots, q_j + h, \ldots, q_{24}) - p_i(t, q_1, \ldots, q_j - h, \ldots, q_{24})}{2h}, \quad (i = 1, \ldots, 12) \tag{1}$$

где p_i — i-ая компонента 12-мерного вектора положений спутников, вычисляемая в процессе численного интегрирования на определенный момент времени t, q_j — j-ая компонента 24-мерного вектора оценок, а h — ее вариация.

Поскольку разности вычисляются в арифметике с определенной точностью, то из-за ошибок округления при $h \to 0$ точность вычисления разностей будет падать. В связи с этим, мы исследовали зависимость точности вычисления разностей от величины вариации h. Было установлено, что ошибки усечения и округления становятся сравнимыми в окрестности значения $h = 10^{-10}$, которое мы и использовали для вычисления производных.

Следует заметить, что применение схемы (1) требует значительных затрат процессорного времени, поскольку оно предполагает вычисление дополнительных 48 частных решений. В то же время, имеется более простая схема вида

$$\frac{p_i(t, q_1, \ldots, q_j + h, \ldots, q_{24}) - p_i(t, q_1, \ldots, q_j, \ldots, q_{24})}{h}, \quad (i = 1, \ldots, 12) \tag{2}$$

для которой необходимо только 24 решения. Тем не менее, предпочтение выбранной схемы более простой обусловлено тем, что ошибка первой на порядок h меньше ошибки последней и поэтому на практике с помощью усложненной схемы (1) можно достичь более высокую точность вычисления производных. Экспериментально, мы обнаружили, что даже при оптимальном значении вариации схема (2) не обеспечивает достаточной для сходимости точности.

СИСТЕМА НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

В качестве начальных условий при численном интегрировании уравнений движения были взяты прямоугольные координаты (а.е.) и скорости (а.е./сут), вычисленные по аналитической теории Лиске на эпоху JD 2451545.0. В результате коррекции была получена окончательная система начальных параметров:

Ио
Экватор и равноденствие 1950.0
Эпоха JD 2451545.0

$$
\begin{array}{rcl}
2.682177236706897 \cdot 10^{-3} & \pm & 1.2 \cdot 10^{-8} \\
7.347818584017916 \cdot 10^{-4} & \pm & 3.8 \cdot 10^{-8} \\
3.962625201511338 \cdot 10^{-4} & \pm & 3.3 \cdot 10^{-8} \\
-3.001581306755988 \cdot 10^{-3} & \pm & 1.4 \cdot 10^{-7} \\
8.678842412889229 \cdot 10^{-3} & \pm & 6.4 \cdot 10^{-8} \\
4.081678467946551 \cdot 10^{-3} & \pm & 9.9 \cdot 10^{-8}
\end{array}
$$

Европа
Экватор и равноденствие 1950.0
Эпоха JD 2451545.0

$$
\begin{array}{rcl}
-3.780591183122233 \cdot 10^{-3} & \pm & 2.7 \cdot 10^{-8} \\
-2.093958732232090 \cdot 10^{-3} & \pm & 4.2 \cdot 10^{-8} \\
-1.038826525643393 \cdot 10^{-3} & \pm & 3.4 \cdot 10^{-8} \\
4.228439066923411 \cdot 10^{-3} & \pm & 7.6 \cdot 10^{-8} \\
-6.189878114850052 \cdot 10^{-3} & \pm & 5.2 \cdot 10^{-8} \\
-2.820630772273541 \cdot 10^{-3} & \pm & 5.5 \cdot 10^{-8}
\end{array}
$$

Ганимед
Экватор и равноденствие 1950.0
Эпоха JD 2451545.0

$$
\begin{array}{rcl}
-5.546239096607566 \cdot 10^{-3} & \pm & 3.5 \cdot 10^{-8} \\
-4.049339847206100 \cdot 10^{-3} & \pm & 4.0 \cdot 10^{-8} \\
-2.007198577846126 \cdot 10^{-3} & \pm & 3.3 \cdot 10^{-8} \\
3.976224203245475 \cdot 10^{-3} & \pm & 3.3 \cdot 10^{-8} \\
-4.410339408337514 \cdot 10^{-3} & \pm & 2.8 \cdot 10^{-8} \\
-2.057024097747044 \cdot 10^{-3} & \pm & 2.7 \cdot 10^{-8}
\end{array}
$$

Каллисто
Экватор и равноденствие 1950.0
Эпоха JD 2451545.0

$$
\begin{array}{rcl}
2.322857020411023 \cdot 10^{-3} & \pm & 5.4 \cdot 10^{-8} \\
1.116271073369332 \cdot 10^{-2} & \pm & 2.1 \cdot 10^{-8} \\
5.311680214513977 \cdot 10^{-3} & \pm & 3.1 \cdot 10^{-8} \\
-4.651800818939340 \cdot 10^{-3} & \pm & 6.4 \cdot 10^{-9} \\
8.497812606027022 \cdot 10^{-4} & \pm & 1.7 \cdot 10^{-8} \\
3.316154966157421 \cdot 10^{-4} & \pm & 1.3 \cdot 10^{-8}
\end{array}
$$

Полученная на основе новых начальных параметров эфемерида сравнивалась с эфемеридой теории Лиске. Их разности приведены на рисунке, из которого видно, что численная и аналитическая теории достаточно хорошо согласуются и расхождения их эфемерид остаются в пределах ошибки фотографических наблюдений.

Работа выполнена при поддержки гранта РФФИ 01-02-17266 и 02-02-06888.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдюшев В.А. Численное моделирование движения галилеевых спутников Юпитера // Астрономический вестник, т. 33, 4, 1999. С. 332–337.

2. Лиске (Lieske J.H.) Galilean Satellites Ephemerides E-5 // Astron. Astrophys., 129, 1998. P. 205–217.

3. Штифель, Шейфеле (Stiefel E.L., Scheifele G.) Linear and Regular Celestial Mechanics. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York. 1971.

4. Эверхарт (Everhart E.) Implicit Single Sequence Methods for Integrating Orbits // Cel. Mech., 10, 1974.P. 35–55.

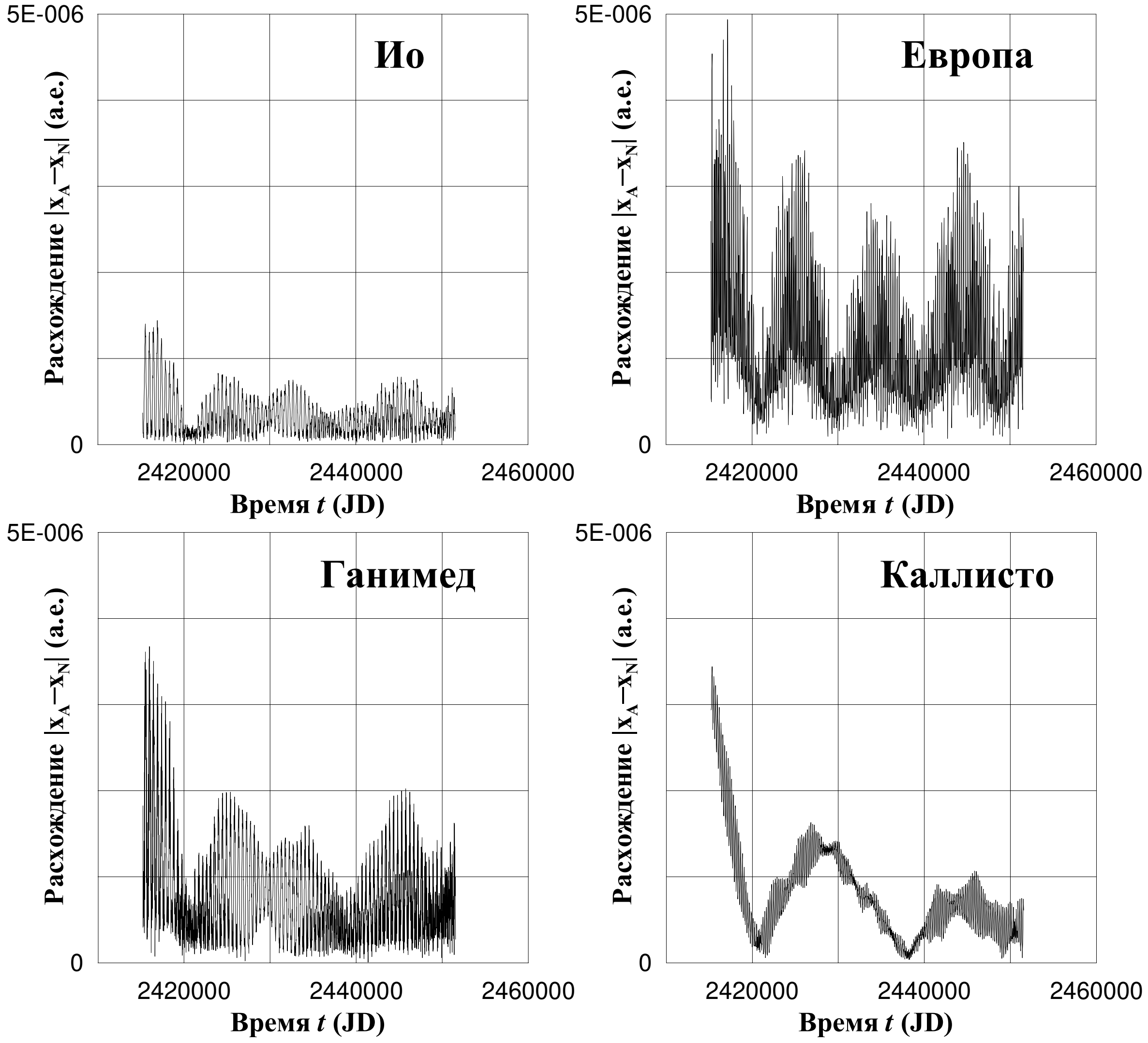

Рис. 1: Отклонение численной эфемериды от аналитической