

УДК 523.24

## **ОБЛАСТИ ВОЗМОЖНЫХ ДВИЖЕНИЙ НОВЫХ СПУТНИКОВ ЮПИТЕРА**

© 2007 г. Авдюшев В.А., Баныщикова М.А.

*НИИ прикладной математики и механики при  
Томском государственном университете, Томск*

Поступила в редакцию 26.10.2006 г. После исправления 16.02.2007 г.

В работе представлены полученные авторами результаты моделирования и исследования областей возможных движений для новых открытых 46 спутников Юпитера. Показано, что орбиты некоторых спутников (таких как S/2003 J02, S/2003 J03, S/2003 J04, S/2003 J10, S/2003 J12, S/2003 J23) в настоящее время еще не могут быть определены с приемлемой для планирования наблюдений точностью ввиду недостаточного количества наблюдательной информации.

PACS: 95.10.Ce, 96.30.L-, 95.10.Eg, 91.10.Sp

### **ВВЕДЕНИЕ**

С 1999 по 2003 гг. группами астрономов Аризонского, Гавайского и Кембриджского университетов были открыты 46 новых спутников Юпитера (<http://cfa-www.harvard.edu/iau/mpc.html>; <http://cfa-www.harvard.edu/iau/cbat.html>). Все спутники являются далекими и условно распределены по 6 группам: Фемисто, Гималии, Карпо (прямое движение) и Ананке, Карме и Пасифе (обратное движение). Орбиты спутников нерегулярные (с большими эксцентриситетами и наклонениями) и ввиду существенной удаленности от планеты сильно возмущаются Солнцем.

Уже в 2002 г. Марсен и Якобсон (Sheppard et al, 2002) представили для первых 11 открытых спутников орбитальные параметры, уточненные по имеющимся на то время наблюдениям; и только в 2005 г. вышла работа Емельянова (Emelyanov, 2005), где были определены орбиты всех известных на настоящий момент спутников. В своих работах для уточнения орбитальных параметров по совокупности наблюдений авторы прибегают к известному методу наименьших квадратов (МНК), где традиционно оценивают качество орбитальных параметров по величине среднеквадратической ошибки, получаемой из отклонений вычисленных и наблюдаемых положений небесного тела.

Однако, вообще говоря, среднеквадратическая ошибка не может являться достаточной характеристикой качества, в особенности для тех спутников, у которых моменты наблюдений распределены на малом временном интервале, а сами наблюдения покрывают короткую дугу орбиты.

Дело в том, что в таких задачах близость истинных и вычисленных орбитальных параметров определяется не столько среднеквадратической ошибкой, сколько соответствующей ковариационной матрицей, которая зависит не только от величины среднеквадратической ошибки, но и, главным образом, от особенностей в распределении наблюдений.

В связи с этим для более содержательного изучения проблемы качества МНК-оценок обычно прибегают к моделированию так называемых областей возможных движений (Milani, 1999; Bordovitsyna et al, 2001; Muinonen et al, 2006), где исследуется не одна МНК-орбита, а целое семейство наиболее вероятных орбит, которые строятся с привлечением ковариационной матрицы ошибок.

В данной работе мы представляем результаты моделирования и исследования областей возможных движений для всех новых спутников Юпитера.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТ

Движение спутников рассматривалось в поле тяготения Юпитера под влиянием притяжения от Солнца, планет-гигантов и галилеевых спутников. Орбиты спутников моделировались численно на основе уравнений движения в прямоугольных координатах (Баньщикова, Авдюшев, 2006), которые интегрировались методом Эверхарта (Everhart, 1974; Авдюшев, 2006) с координатной точностью порядка  $10^{-12}$  а.е.

В качестве оцениваемых параметров взяты прямоугольные координаты  $\mathbf{x}_0$  и скорости  $\dot{\mathbf{x}}_0$  в начальную эпоху  $t_0$ , которые предварительно определялись из наблюдений методом Лапласа. Процесс улучшения начального вектора динамического состояния  $\mathbf{q}_0 = (\mathbf{x}_0, \dot{\mathbf{x}}_0)$  выполнялся по всем имеющимся наземным ПЗС-наблюдениям (<http://lnfm1.sai.msu.ru/neb/nss/index.htm>) с использованием метода наименьших квадратов. Изохронные производные, необходимые для исправления орбиты, вычислялись путем численного интегрирования уравнений в вариациях совместно с уравнениями движения.

Процесс определения орбитальных параметров  $\mathbf{q}_0$  формально состоял в минимизации среднеквадратической величины  $\sigma^2$ , получаемой по невязкам модели  $\mathbf{p}_C = \mathbf{p}_C(\mathbf{q}_0)$  относительно наблюдательных данных  $\mathbf{p}_O$  на соответствующие моменты наблюдений; и алгоритмически сводился к решению методом наименьших квадратов системы так называемых условных уравнений:  $\mathbf{p}_O - \mathbf{p}_C = \mathbf{J}\Delta\mathbf{q}_0$ , где  $\mathbf{J} = \partial\mathbf{p}_C / \partial\mathbf{q}_0$  — матрица условных уравнений, а  $\Delta\mathbf{q}_0$  — поправки к параметрам  $\mathbf{q}_0$ .

После определения орбит для каждого спутника были получены ковариационные матрицы (Эльясберг, 1976; Montenbruck, Gill, 2005):

$$\mathbf{C}_0 = \sigma_0^2 (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \quad (\sigma_0^2 = \min \sigma^2),$$

характеризующие вероятностный разброс случайных ошибок оцениваемых параметров  $\mathbf{q}_0$ . По ковариационным матрицам затем моделировались начальные области возможных орбитальных параметров.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАЧАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ ВОЗМОЖНЫХ ОРБИТАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Начальная область возможных решений  $\mathbf{q}_0$  для каждого спутника строилась относительно МНК-оценки  $\hat{\mathbf{q}}_0$  с использованием ковариационной матрицы  $\mathbf{C}_0$  по формуле (Bordovitsyna et al, 2001)

$$\mathbf{q}_0^i = \mathbf{A}\boldsymbol{\eta}^i + \hat{\mathbf{q}}_0 \quad (i = 1, \dots, N), \quad (1)$$

где  $\boldsymbol{\eta}^i$  — 6-мерный вектор случайных чисел, распределенных по нормальному закону,  $\mathbf{A}$  — такая треугольная матрица, для которой  $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{C}_0$ , а  $N$  — число рассматриваемых решений. Заметим, что разложение ковариационной матрицы  $\mathbf{C}_0 = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$  выполнимо и единственно, поскольку она симметрична и положительно определена<sup>1</sup>. В фазовом пространстве координат и скоростей решения (1) будут заполнять гиперэллипсоид, задаваемый ковариационной матрицей  $\mathbf{C}_0$  (см., например, рис. 1б).

Изложенный выше алгоритм был отестирован на модельных задачах для двух спутников: Фемисто и S/2003 J04. Используя реальные наблюдения спутников, мы получили МНК-решения  $\hat{\mathbf{q}}_0$ . Затем по этим решениям, рассматривая их как истинные, на реальные моменты наблюдений мы моделировали фиктивные наблюдения, внося в них случайную ошибку, распределенную по нормальному закону с дисперсией 0.2" (предельная точность ПЗС-наблюдений)<sup>2</sup>; и по 1000 выборкам наблюдений получили множество МНК-решений (рис. 1а и 2а).

Наконец, для некоторых произвольных из этих решений с использованием соответствующих ковариационных матриц мы строили области возможных начальных параметров (рис. 1б и 2б)<sup>3</sup>. Во всех случаях истинные решения (на рисунках начала координат) попали внутрь построенных вероятностных областей. Этот факт, очевидно, служит экспериментальным обоснованием для использования вероятностных областей с целью качественного анализа определяемых орбит.

### ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате улучшения орбит среднеквадратические ошибки  $\sigma_0$  для всех спутников составили меньше 1" (рис. 3). Однако, несмотря на их малость, соответствующие им области возможных начальных параметров оказались весьма разнообразными не только по размеру, но и форме.

Для большинства спутников, открытых в 2003 г. (S/2003), вероятностные области довольно большие и сильно вытянутые (например, рис. 4; S/2003 J04), что, главным образом, связано с малым числом наблюдений, моменты

<sup>1</sup> См., например, (Вержбицкий, 2005)

<sup>2</sup> Впрочем, такой выбор дисперсии в данном случае не принципиален.

<sup>3</sup> На рисунках приведены области решений только в проекции на плоскость  $(x_1, x_2)$ . Проекции областей на другие плоскости выглядят подобным образом: малые компактные для Фемисто и протяженные сигарообразные для S/2003 J04. Заметим также, что рис. 1 и 2, а в дальнейшем 4 и 6, представлены в экваториальной координатной системе J2000.

которых сконцентрированы на коротком временном интервале, до 100 суток (рис. 5). В таких задачах ковариационные матрицы имеют большие числа обусловленности; и это непосредственно приводит к сильной вытянутости вероятностных областей. Для спутников, у которых моменты наблюдений покрывают довольно большие интервалы времени, вероятностные области существенно меньше (например, рис 4; Фемисто).

Большие начальные вероятностные области вообще говорят о том, что наблюдений для соответствующих спутников пока не достаточно для уверенного прогноза спутникового движения, например, с целью планирования наблюдений в будущем. На рис. 6 на примере S/2003 J10 показано, насколько обширным может быть разброс прогнозируемых по  $\mathbf{q}_0^i$  возможных положений спутника  $\mathbf{x}_1^i = \mathbf{x}(t_0 + \tau, \mathbf{q}_0^i)$  уже через один оборот ( $\tau = 716$  сут.) при большой начальной вероятностной области  $\mathbf{q}_0^i$ . То есть на самом деле спутник может оказаться где угодно в большой окрестности, соизмеримой с самой орбитой.

Кстати, интересно заметить, что начальная вероятностная область на рис. 6 вытянута вдоль направления к Земле, поэтому ее проекция на геоцентрическую небесную сферу не выявляет протяженный размер области. Как видно из рис. 7а, спроецированная область компактно уместается в пределах всего  $2''$ . Здесь распределение возможных положений представлено в сферических координатах  $(\alpha, \delta)$  ( $\alpha$  — прямое восхождение,  $\delta$  — склонение) относительно начального номинального положения  $(\hat{\alpha}_0, \hat{\delta}_0)$ .

При планировании наземных наблюдений требуемая точность прогноза движения непосредственно определяется размерами сканируемого наблюдательным средством участка неба, где ожидается появление объекта. Например, если мы намеряем провести наблюдение спутника S/2003 J10 через оборот, ожидая его появления на достаточно большом участке  $1^\circ \times 1^\circ$ , использование динамической модели спутника для его целеуказания в данном случае оказывается неприемлемым. Как показывает рис. 7б, вероятностная область для S/2003 J10 столь обширна, что значительная часть ее выпадает за пределы обозреваемого поля, центр которого настроен на прогнозируемое положение объекта  $(\hat{\alpha}_1, \hat{\delta}_1)$ , и, следовательно, есть вероятность потерять спутник.

В качестве характеристики размера вероятностной области в проекции на небесную сферу можно взять максимальное угловое отклонение возможных положений  $(\alpha^i, \delta^i)$  от номинального  $(\hat{\alpha}, \hat{\delta})$ , полученного из МНК-оценок:

$$s_{\max} = \max_{i=1, \dots, N} \sqrt{(\alpha^i - \hat{\alpha})^2 \cos^2 \hat{\delta} + (\delta^i - \hat{\delta})^2}.$$

Мы оценили величины  $s_{\max}$  для каждого спутника через один оборот при  $N = 1000$ . Результаты приведены на рис. 8, где, как и на рис. 3 и 5, номенклатура спутников представлена в порядке их открытия.

Как видно по значениям  $s_{\max}$ , помимо S/2003 J10 имеется еще ряд объектов (а именно: S/2003 J02, S/2003 J03, S/2003 J04, S/2003 J12 и S/2003 J23), которые могут быть потеряны при попытке обнаружить их через оборот на участке неба с угловыми размерами порядка  $1^\circ$ . Естественно, при уменьшении угла обзора потенциально исчезающих объектов становится больше.

Важно также заметить, что, главным образом, за счет неустойчивости орбитального движения вероятностные области со временем увеличиваются в размерах (см. пример на рис. 6), поэтому с удалением даты проведения наблюдений от начальной эпохи шансы в очередной раз обнаружить спутник в будущем будут только уменьшаться.

Принимая во внимание тот факт, что объекты подобные новым спутникам Юпитера наблюдаются на телескопах с углами обзора значительно меньше  $1^\circ$ , можно утверждать, что точности моделируемых орбит названных выше спутников (S/2003), вообще говоря, неудовлетворительны с точки зрения планирования наблюдений.

Чтобы повысить точность определения этих орбит (иначе говоря, уменьшить области возможных движений), необходимо использовать дополнительные наблюдения, которые бы в совокупности с уже имеющимися охватывали по возможности большой интервал времени. На рис. 9 показано соответствие между размерами вероятностных областей в начальную эпоху и разбросами моментов наблюдений. Здесь  $|\Delta \mathbf{x}|_{\max}$  — максимальное отклонение возможных положений  $\mathbf{x}_0^i$  от номинального  $\hat{\mathbf{x}}_0$ :

$$|\Delta \mathbf{x}|_{\max} = \max_{i=1, \dots, N} |\mathbf{x}_0^i - \hat{\mathbf{x}}_0|;$$

тогда как  $\bar{T}$  — дисперсия моментов наблюдений  $t_i$ :

$$\bar{T}^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (t_i - \bar{t})^2, \quad \bar{t} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M t_i;$$

а  $\tau$  — орбитальный период спутника,  $M$  — число моментов наблюдений.

В частности, из рисунка видно, что малые вероятностные области имеют место именно для тех спутников, у которых распределения моментов наблюдений довольно большие. В то же время для большинства спутников, открытых в 2003 г. и наблюдавшихся на коротких интервалах времени, рассматриваемые характеристики  $|\Delta \mathbf{x}|_{\max}$  и  $\bar{T}/\tau$  слабо коррелируют. Это, главным образом, связано с тем, что при малом разбросе моментов наблюдений становятся весьма весомыми другие факторы<sup>4</sup>, потенциально влияющие на размеры вероятностной области. Так или иначе, определенно можно говорить, что длительная хронология наблюдений спутника является надежным залогом для высокоточного определения спутниковой орбиты.

<sup>4</sup> Например, особенности в распределении наблюдаемых положений спутника.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе проведен анализ вероятностных областей орбитальных параметров для новых спутников Юпитера. Экспериментально показано, что среди спутников имеются такие (S/2003 J02, S/2003 J03, S/2003 J04, S/2003 J10, S/2003 J12, S/2003 J23), орбиты которых еще не могут быть определены с приемлемой для планирования наблюдений точностью ввиду недостаточного количества наблюдательной информации. Орбиты этих объектов определяются настолько неуверенно, что их прогнозируемые положения (уже через оборот) могут содержать довольно большие ошибки, соизмеримые с размерами самих орбит. Такой прогноз для наведения телескопа на спутник (даже с широким полем сканирования) в действительности оказывается малонадежным, поскольку велика вероятность, что объект просто не попадет в сканируемый телескопом участок неба.

Результаты работы получены в рамках задачи наименьших квадратов на основе численного моделирования спутниковых орбит, определяемых по всем имеющимся на данный момент наблюдениям.

Авторы признательны проф. А.М. Черницову за обсуждение результатов, а также за ценные замечания и предложения. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 05-02-17043.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Авдюшев В.А.* Интегратор Гаусса–Эверхарта. Новый фортран-код // Материалы всеросс. конф. «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», г. Томск, 3–5 октября 2006 г. Томск: Изд-во ТГУ, 2006. С. 413–414.
- Баньщикова М.А., Авдюшев В.А.* Численное моделирование динамики спутников Юпитера // Изв. вузов. Физика. Приложение «Небесная механика и прикладная астрономия». Томск: Изд-во ТГУ, 2006. Том 49. № 2. С. 74–82.
- Вержбицкий В.М.* Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения. М.: ОНИКС 21 век. 2005. 432 с.
- Эльясберг П.Е.* Определение движения по результатам измерений. М.: Наука, 1976. 416 с.
- Bordovitsyna T.V., Avdyushev V.A., Chernitsov A.M.* New Trends in Numerical Simulation of the Motion of Solar System Small Bodies // *Cel. Mech.* 2001. V. 80. I. 3/4. P. 227–247.
- Emelyanov N.V.* Ephemerides of the Outer Jovian Satellites // *Astron. Astrophys.* 2005. V. 435. I. 3. P. 1173–1179.
- Everhart E.* Implicit Single Sequence Methods for Integrating Orbits // *Cel. Mech.* 1974. V. 10. P. 35–55.
- Milani A.* The Identification Problem I: Recovery of Lost Asteroids // *Icarus.* 1999. V. 137. P. 269–292.
- Montenbruck O., Gill E.* Satellite Orbit. Models, Methods and Applications. Springer, 2005. 369 p.
- Muinonen K., Virtanen J., Granvik M., Laakso T.* Asteroid Orbits Using Phase-Space Volumes of Variation // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2006. V. 368. P. 809–818.
- Sheppard S.S., Jewitt D.C., Kleyna J., Marsden B.G., Jacobson R.* Satellites of Jupiter // *IAU Circ.*, 7900, 1 (2002). Edited by Green, D. W. E.

## ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис. 1 а) Распределение МНК-решений при различных выборках модельных наблюдений (спутник Фемисто)

Рис. 1 б) Вероятностная область, построенная для одного из МНК-решений (в центре серого кольца) по ковариационной матрице (спутник Фемисто)

Рис. 2. То же, что и на рис. 1, но для спутника S/2003 J04

Рис. 3. Среднеквадратические ошибки

Рис. 4. Вероятностные области, полученные по ковариационным матрицам на основе реальных спутниковых наблюдений

Рис. 5. Временные интервалы, покрывающие моменты всех имеющихся спутниковых наблюдений

Рис. 6. Вероятностные области S/2003 J10 относительно номинальной орбиты: в начальный момент времени — 1; и через один оборот спутника — 2.

Рис. 7. То же, что и на рис. 6, но в проекции на геоцентрическую небесную сферу (отдельно для конфигураций 1 и 2: а) в начальный момент времени и б) через оборот)

Рис. 8. Максимальные угловые отклонения возможных спутниковых положений от соответствующих номинальных на геоцентрической небесной сфере через один оборот

Рис. 9. Соответствие между размерами начальных вероятностных областей и разбросами моментов наблюдений



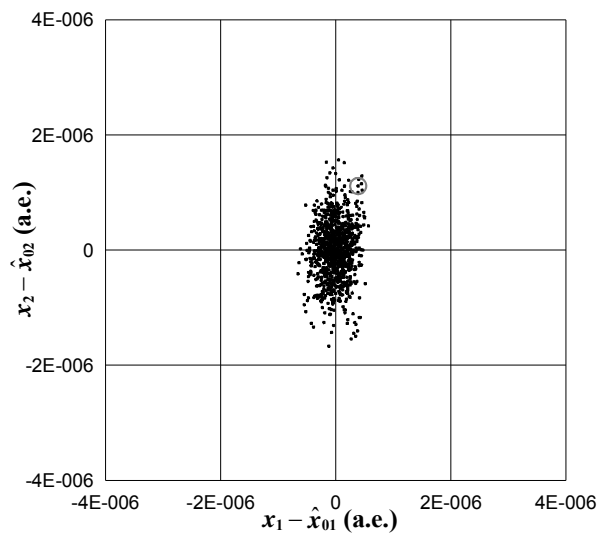


Рис. 1 а) Распределение МНК-решений при различных выборках модельных наблюдений (спутник Фемисто)

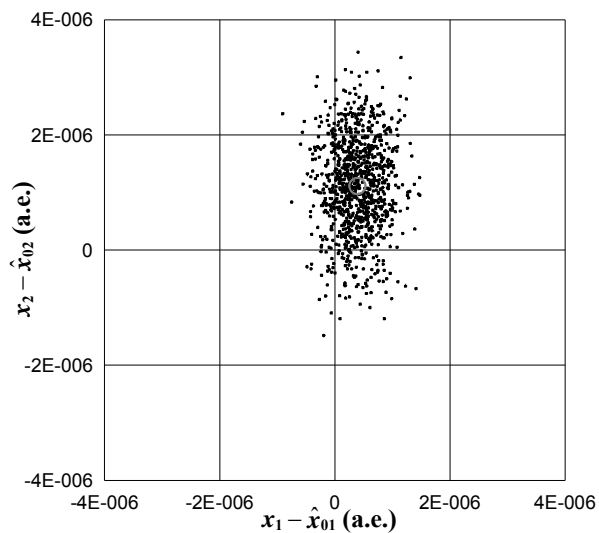


Рис. 1 б) Вероятностная область, построенная для одного из МНК-решений (в центре серого кольца) по ковариационной матрице (спутник Фемисто)

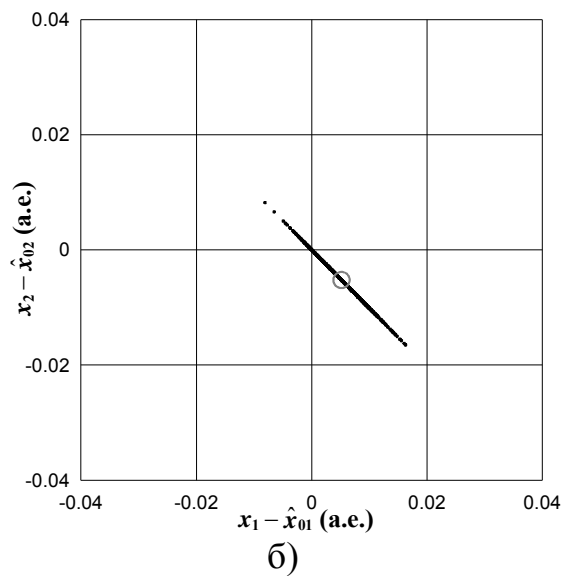
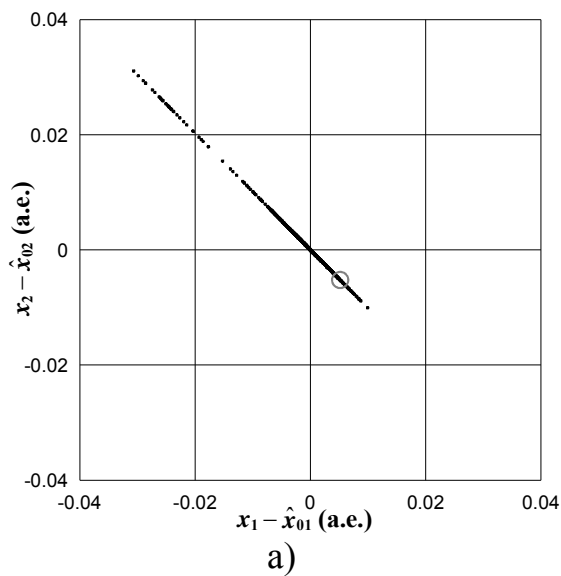


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, но для спутника S/2003 J04

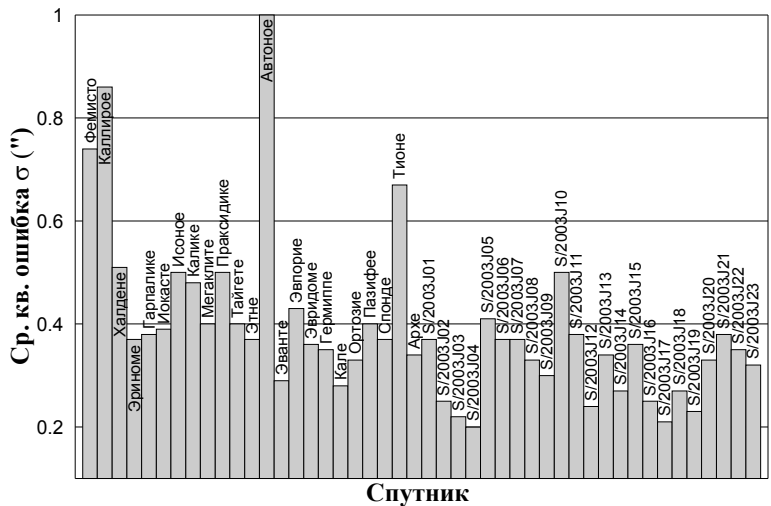


Рис. 3. Среднеквадратические ошибки

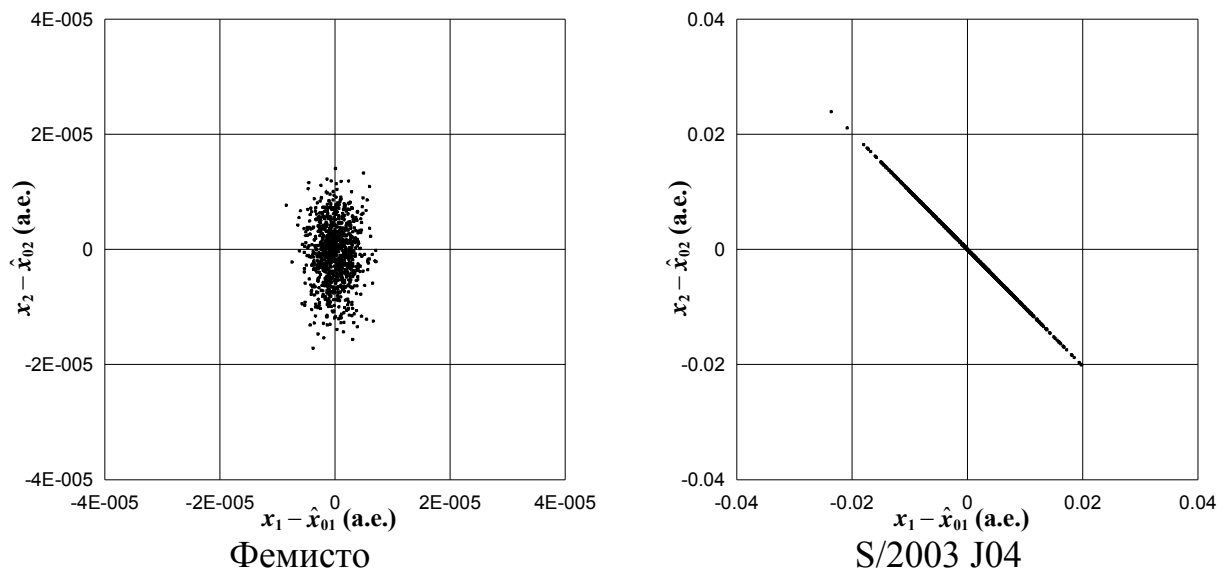


Рис. 4. Вероятностные области, полученные по ковариационным матрицам на основе реальных спутниковых наблюдений

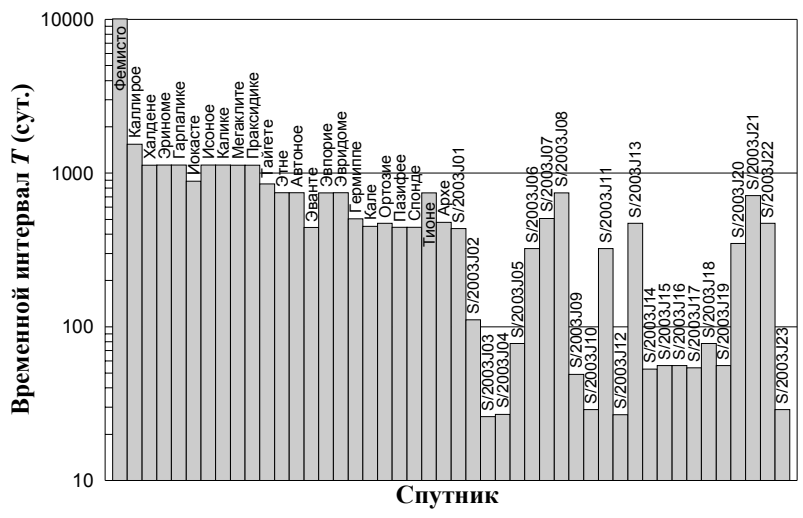


Рис. 5. Временные интервалы, покрывающие моменты всех имеющихся спутниковых наблюдений.

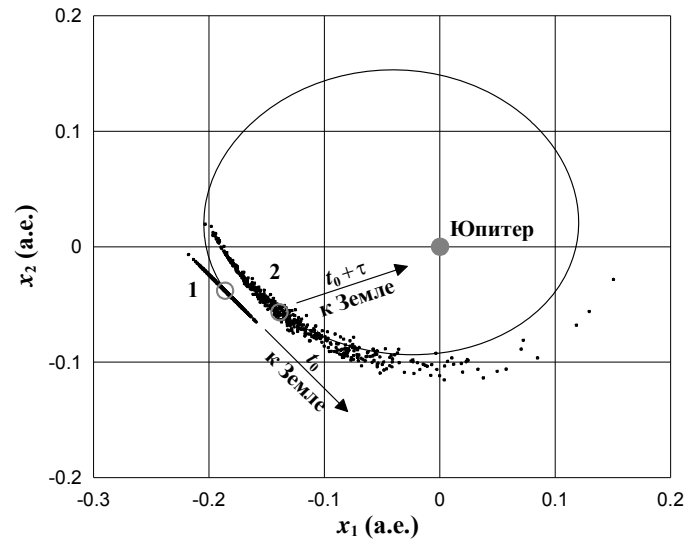


Рис. 6. Вероятностные области S/2003 J10 относительно номинальной орбиты: в начальный момент времени — 1; и через один оборот спутника — 2.

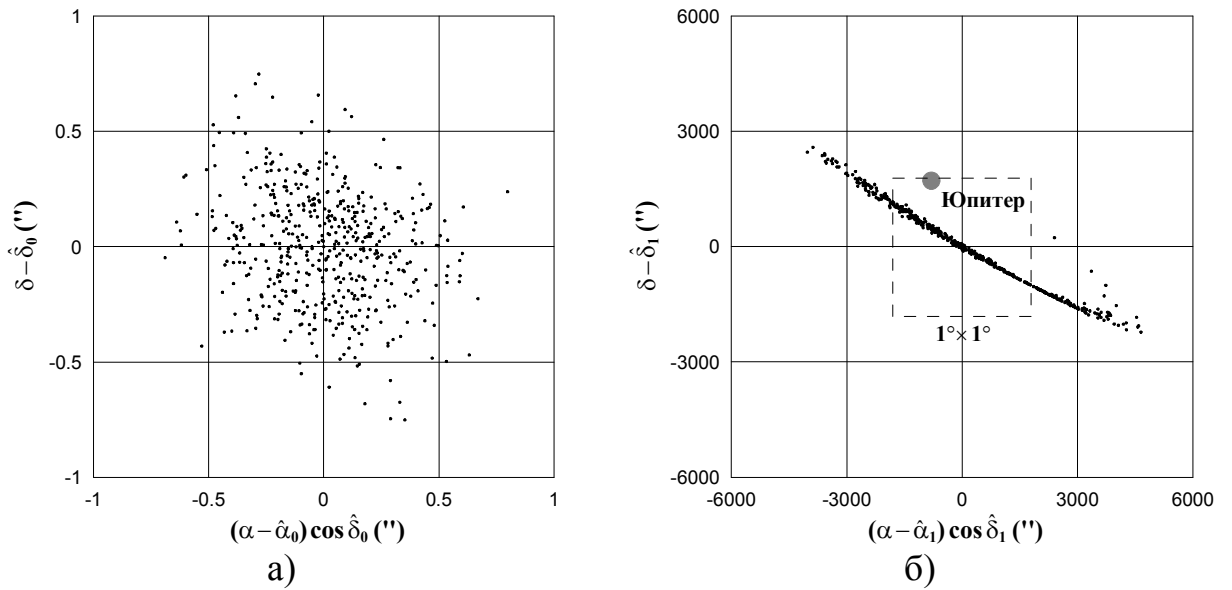


Рис. 7. То же, что и на рис. 6, но в проекции на геоцентрическую небесную сферу (отдельно для конфигураций 1 и 2: а) в начальный момент времени и б) через оборот)

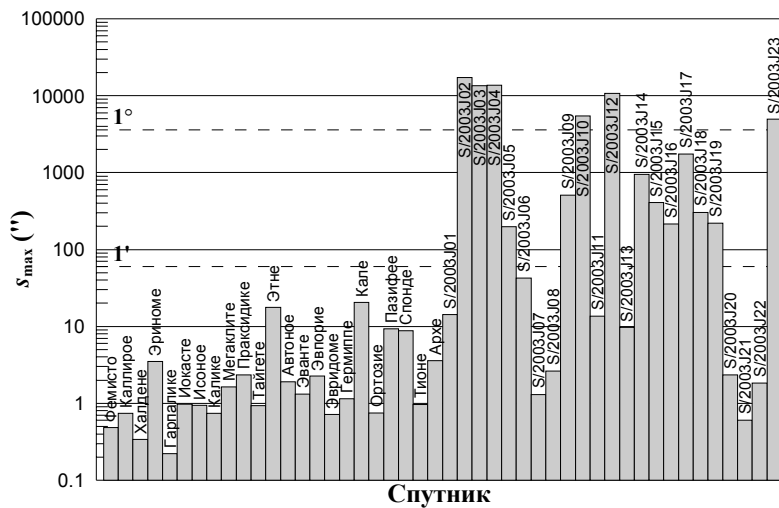


Рис. 8. Максимальные угловые отклонения возможных спутниковых положений от соответствующих номинальных на геоцентрической небесной сфере через один оборот

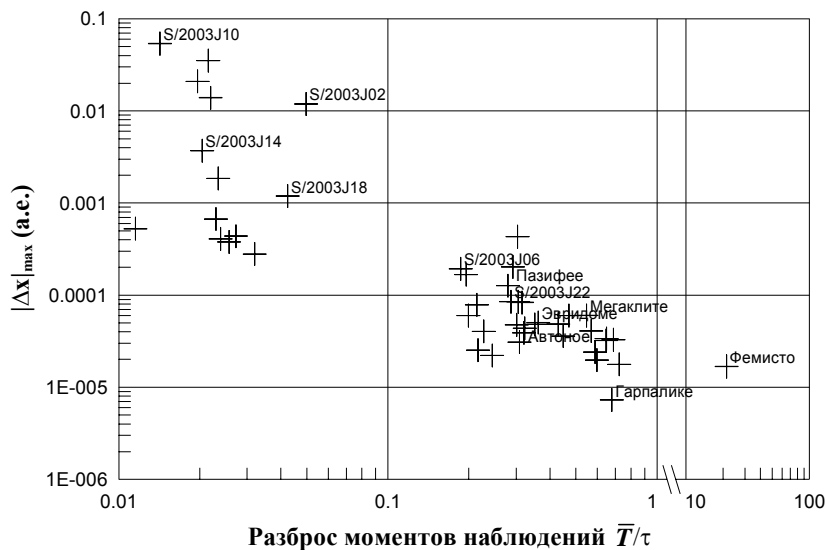


Рис. 9. Соответствие между размерами начальных вероятностных областей и разбросами моментов наблюдений