

Авдюшев В.А.

ДВОЙНОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОРБИТАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ И ОЦЕНИВАНИЕ ЕГО НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В какую сторону вращается девушка: по часовой стрелке или против? На этот вопрос можно было бы ответить, если бы мы знали, как, например, движется одна из рук или ног девушки в определенной фазе: от нас или к нам. Однако тень буквально скрывает ответ. Поэтому девушка может вращаться как по часовой стрелке, так против.

Подобная ситуация имеет место, когда мы пытаемся определить орбиту близкого спутника по его наблюдениям в элонгациях. Наблюдения не дают однозначного ответа, поскольку им могут соответствовать две орбиты с прямым и обратным движением. Впрочем, на практике мы знаем заранее, что близкие спутники вращаются против часовой стрелки, поэтому никаких затруднений с выбором нужной орбиты обычно не возникает.

Этот пример является только частным случаем общей проблемы двойных решений в предварительном определении орбит по трем наблюдениям. Формально проблема состоит в наличии двух разных положительных решений уравнения Лагранжа относительно радиус-вектора, из которых неизвестно какое соответствует наблюдаемому объекту.

Двойное решение имеет место при определенных условиях наблюдения. Например, в астероидных задачах оно возникает, когда относительно конфигурации наблюдатель–Солнце объект попадает в серую область. При определении спутниковых орбит область двойных решений немного отличается, однако, тем не менее, сфера влияния планеты оказывается полностью погруженной в нее, т.е. при любых условиях наблюдения спутник всегда имеет две предварительные орбиты.

В большинстве случаев проблема двойных орбит разрешается после привлечения всего состава наблюдений, когда для последующего уточнения орбиты применяется какой-либо метод регрессионного анализа, например, метод наименьших квадратов. Скорее всего, метод также будет давать два решения, однако теперь по их согласию с наблюдениями можно определить, какое из них соответствует наблюдаемому объекту, и, таким образом, если одно решение представляет наблюдения хуже альтернативного, то его, естественно, следует отбросить.

Тем не менее, возможны случаи, когда оба решения одинаково хорошо представляют наблюдения, т.е. проблема двойных орбит не разрешается. Это, главным образом, имеет место, когда все наблюдения объекта, сколько бы их много не было, распределены на очень короткой дуге.

В спутниковой системе Юпитера есть четыре объекта, чьи наблюдения одинаково хорошо представляются двумя принципиально разными орбитами. Один из таких спутников представлен на рисунке.

Таким образом, мы имеем дело с неопределенностью, которая, кроме того, усугубляется неопределенностью, вызываемой случайными ошибками наблюдений, которые передаются параметрам при их определении. Если бы мы имели одно решение, то тогда бы мы могли воспользоваться аппаратом доверительного оценивания, который хорошо отработан для линейных задач. Однако ситуация еще более усложняется сильной нелинейностью задачи, что вообще характерно при обработке наблюдений на короткой дуге. Как же оценивать такую неопределенность?

На данный момент я вижу пока единственное и приемлемое решение. Можно воспользоваться так называемым методом возмущенных наблюдений, который достаточно широко применяется для статистического моделирования возможных значений параметров в сильно нелинейных задачах. Технически метод реализуется как многократное решение задачи наименьших квадратов при различных выборках возмущенных наблюдений, получаемых путем внесения в наблюдения случайных нормально распределенных величин с дисперсией ошибок наблюдений. В результате получается облако виртуальных динамических состояний в фазовом пространстве динамических переменных.

Поскольку задача наименьших квадратов нелинейная, ее нужно решать итерационным способом, для чего требуется какой-либо начальное приближенное решение. В качестве такового при статистическом моделировании выбирается номинальное решение, полученное по исходному составу наблюдений. Однако в нашем случае таких номинальных решений два. Что делать?

Поскольку оба решения одинаково хорошо представляют наблюдения, следует полагать, что они с равной вероятностью могут соответствовать наблюдаемому объекту. Поэтому облако виртуальных состояний можно моделировать как

составное из двух облаков одинаковой массы, полученных статистическим моделированием с двумя начальными приближениями.

Далее, я бы хотел показать результаты статистического моделирования на примере спутника S/2003 J04. Он наблюдался в течение 27 суток на короткой орбитальной дуге. Для него имеются только 11 наблюдений. Представление наблюдений и прогноз движения спутника выполнялись путем численного моделирования.

Наблюдения спутника действительно дают два решения. На рисунке показано поведение среднеквадратической ошибки, аналога целевой функции, вдоль прямой, проходящей в фазовом пространстве через эти два решения. Как видно, именно в них достигаются минимумы, которые очень близки: 0.23 и 0.19 секунд дуги.

Виртуальные спутники в физическом пространстве на начальный момент времени (внутри временного интервала наблюдений) представлены на рисунке. Как видно, виртуальные спутники располагаются на одной прямой, соединяющей два номинальных положения. (Кстати, это и есть прямая Безье.) Таким образом, составное облако неопределенности вытягивается вдоль направления на Землю, что как раз обусловлено недостатком наблюдательной информации вдоль радиальной составляющей от Земли на спутник.

Черное облако на рисунке построено при первом номинальном решении, тогда как серое — при втором решении. Следовательно, если получено только одно решение и соответствующее ему облако неопределенности, то вполне возможно в будущем оно окажется в отрыве от реальных положений спутника, и при его очередном наблюдении он может быть не отождествлен.

На следующем рисунке, например, видно, насколько удалено номинальное положение, соответствующее второму решению, от облака первого решения при прогнозе движения только через оборот. Облако неопределенности дискретно описывает вероятностное распределение возможных положений спутника, поэтому получается, что появление спутника в окрестности номинального положения 2 с точки зрения описания вероятностной плотности облаком первого решения оказывается совершенно невозможным или, точнее, чрезвычайно маловероятным событием, хотя реальный объект может оказаться именно около второго номинального решения.