

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЛАСТЕЙ ВОЗМОЖНЫХ ДВИЖЕНИЙ НОВЫХ ДАЛЕКИХ СПУТНИКОВ ЮПИТЕРА

Баньщикова М.А., Авдюшев В.А.

«НИИ прикладной математики и механики» ТГУ

634, г. Томск, пр. Ленина, 36

тел. (3822) 529776

E-mail: astrodep@niipmm.tsu.ru

Введение. С 1999 по 2003 гг. группами астрономов Аризонского, Гавайского и Кембриджского университетов было открыто 46 новых спутников Юпитера. Все спутники являются далекими и условно распределены по 6 группам: Фемисто, Гималии, Карпо (прямое движение) и Ананке, Карме и Пасифе (обратное движение). Орбиты спутников нерегулярные (с большими эксцентриситетами и наклонениями) и ввиду существенной удаленности от планеты сильно возмущаются Солнцем.

Уже в 2002 г. Марсден и Якобсон [1] представили для первых 11 открытых спутников орбитальные параметры, уточненные по имеющимся на то время наблюдениям; и только в 2005 г. вышла работа Емельянова [2], где были определены орбиты всех известных на настоящий момент спутников. В своих работах для уточнения орбитальных параметров по совокупности наблюдений авторы прибегают к известному методу наименьших квадратов (МНК), где традиционно оценивают качество оцениваемых орбитальных параметров по величине среднеквадратической ошибки, полученной из отклонений вычисленных и наблюдаемых положений небесного тела.

Однако, вообще говоря, среднеквадратическая ошибка не может являться достаточной характеристикой качества, в особенности для тех спутников, у которых моменты наблюдений распределены на малом временном интервале, а сами наблюдения покрывают короткую дугу орбиты.

Дело в том, что в таких задачах близость истинных и вычисленных орбитальных параметров определяется не столько среднеквадратической ошибкой, сколько ковариационной матрицей ошибок, которая зависит не только от величины среднеквадратической ошибки, но и, главным образом, от особенностей в распределении наблюдений.

В связи с этим для более содержательного изучения проблемы добротности МНК-оценок обычно прибегают к моделированию так называемых областей возможных движений [3], где исследуется не одна МНК-орбита, а целое семейство наиболее вероятных орбит, которые строятся с привлечением ковариационной матрицы ошибок.

В данной работе мы представляем результаты моделирования и исследования областей возможных движений для всех новых спутников Юпитера.

Численная модель движения. Движение спутников рассматривалось в поле тяготения Юпитера, под воздействием сил притяжения Солнца, планет-гигантов и галилеевых спутников, с учетом релятивистских эффектов. Орбиты спутников моделировались численно на основе уравнений движения в прямоугольных координатах [4], которые интегрировались методом Эверхарта [5]. В качестве оцениваемых параметров были взяты прямоугольные

координаты и скорости в начальную эпоху, которые предварительно получались из наблюдений [6] методом Лапласа.

Процесс улучшения. Процесс улучшения начального вектора состояния системы выполнялся по наблюдениям с использованием метода наименьших квадратов. Изохронные производные, необходимые для исправления орбиты, вычислялись путем численного интегрирования их дифференциальных уравнений совместно с уравнениями движения. Среднеквадратические ошибки, полученные по наблюдениям, для всех спутников составили меньше 1", и хорошо согласуются со среднеквадратическими ошибками, полученными Емельяновым Н.В. [2].

Моделирование вероятностной области. Начальные области возможных параметров строятся по следующему алгоритму. После процесса улучшения начального вектора состояния динамической системы \mathbf{q}_0 мы получаем так называемую ковариационную матрицу $\hat{\mathbf{D}}_0$, которая несет в себе информацию о распределении возможных орбит (в рамках линейной модели) относительно $\hat{\mathbf{q}}_0$ (МНК-оценки \mathbf{q}_0). Тогда возможные решения \mathbf{q}_0^i определяются по формуле:

$$\mathbf{q}_0^i = \mathbf{A}\boldsymbol{\eta} + \hat{\mathbf{q}}_0, \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\eta}$ – 6-мерный вектор случайных чисел, распределенных по нормальному закону, \mathbf{A} – треугольная матрица такая что $\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \hat{\mathbf{D}}_0$, $\hat{\mathbf{q}}_0$ – МНК-оценка \mathbf{q}_0 . В фазовом пространстве координат и скоростей решения (1) будут заполнять некий гиперэллипсоид, задаваемый ковариационной матрицей $\hat{\mathbf{D}}_0$.

Нелинейность МНК. В работе мы также оценивали степень нелинейности полученных вероятностных областей. Это весьма важно в случае, если вероятностные эллипсоидальные области очень большие и их поверхности могут неточно представлять уровенные, определяемые минимизируемым функционалом. Следовательно, при сильной нелинейности действительные вероятностный разброс параметров будет значительно отличаться от построенного в рамках линейной модели.

Нелинейность модели можно оценивать по вариациям минимизируемой функции на поверхности гиперэллипсоида, где она должна быть постоянной. В качестве показателя нелинейности мы рассмотрели следующий коэффициент [3]:

$$k = (\sigma_{\max} - \bar{\sigma}) / (\bar{\sigma} - \sigma_0), \quad (2)$$

где σ_{\max} – максимальное значение среднеквадратической ошибки в вершинах полученного нами

эллипсоида ошибок; $\bar{\sigma}$ – среднеарифметическое всех σ на вершинах этого эллипсоида, кроме аномальных вершин; σ_0 – значение среднеквадратической ошибки в центре эллипсоида.

Численные результаты. Для всех 46 спутников были получены вероятностные области, а также оценена степень их нелинейности. Для большинства спутников, открытых в 2003 году, вероятностные области довольно большие и сильно вытянутые (рисунок 1 для S/2003 J04), что является, главным образом, причиной больших коэффициентов нелинейности k (рисунок 2). Для спутников, моменты, наблюдения которых покрывают довольно большие интервалы времени, вероятностные области существенно меньше (рисунок 1 для Themisto), а соответствующие коэффициенты нелинейности близки к нулю (рисунок 2).

Большие начальные вероятностные области говорят о том, что наблюдений для соответствующих спутников пока не достаточно для уверенного прогноза спутникового движения, например, с целью планирования наблюдений объектов в будущем. На рисунке 4 показано, насколько обширный может быть разброс возможных движений спутника уже через 1 оборот при большой начальной вероятностной области. То есть на самом деле спутник может оказаться где угодно в большой окрестности, соизмеримой с самой орбитой.

На рисунке 3 представлены максимальные отклонения возможных положений спутника от номинального, полученного из МНК оценок, через 1 оборот. Как видно, для большинства спутников, открытых в 2003 году, разброс возможных положений очень большой и достигает 0.5 а.е. При этом все положения остаются в сфере действия планеты.

Впрочем, следует заметить, что коэффициент нелинейности для этой области достаточно велик и в действительности начальная вероятностная область будет заметно отличаться от эллипсоидальной.

Таким образом, в работе показано, что среди новых спутников имеются такие, орбиты которых еще не могут быть определены с приемлемой точностью ввиду недостаточного количества наблюдательной информации.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 05-02-17043

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sheppard S.S., Jewitt D.C., Kleyna J., Marsden B.G., Jacobson R. Satellites of Jupiter // IAU Circ., 7900, 1 (2002). Edited by Green, D. W. E.
2. Emelyanov N. V. Ephemerides of the outer Jovian satellites // Astron. Astrophys. V. 435. I 3. 2005. P. 1173–1179.
3. Черницов А.М., Дубас О.М., Тамаров В.А. Способы уменьшения нелинейности задачи наименьших квадратов при построении областей возможных движений астероидов Изв. вузов. Физика. – 2006. – № 2. Приложение. – С.44-51
4. Баньщикова М.А., Авдюшев В.А. Численное моделирование динамики спутников Юпитера Изв. вузов. Физика. – 2006. – № 2. Приложение. – С. 74-82
5. Everhart E. Implicit Single Sequence Methods for Integrating Orbits // Cel. Mech. 1974. V. 10. P. 35–55
6. <http://lnfm1.sai.msu.ru/neb/nss/index.htm>

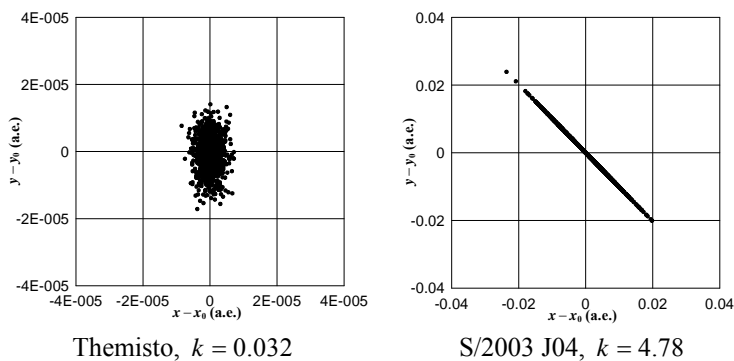


Рисунок 1. Вероятностные области спутников

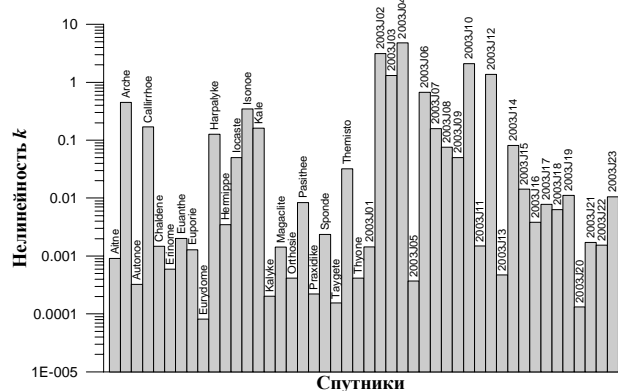


Рисунок 2. Коэффициенты нелинейности для новых далеких спутников Юпитера

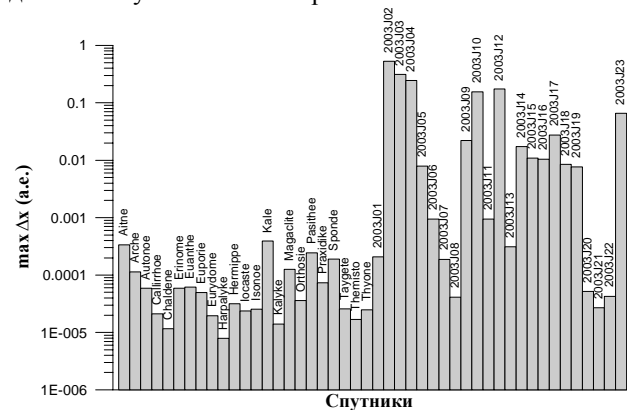


Рисунок 3. Максимальные отклонения возможных орбит от номинальной за один оборот спутника

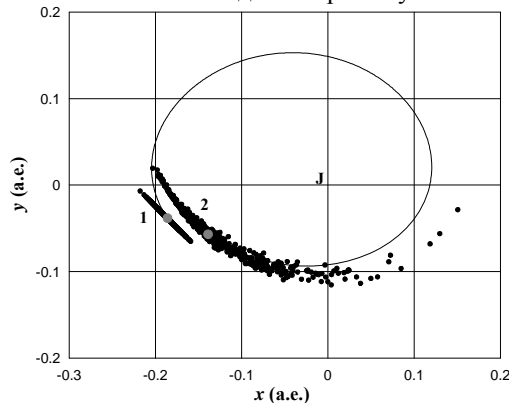


Рисунок 4. Вероятностные области S/2003 J10 относительно номинальной орбиты: в начальный момент времени – 1 и через один оборот спутника – 2.