## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ АМАЛЬТЕИ И ТЕБЫ, БЛИЗКИХ СПУТНИКОВ ЮПИТЕРА

Баньщикова М.А., Авдюшев В.А.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

634050 г. Томск, пр. Ленина 36

тел. (3822) 529776

E-mail: <u>astrodep@niipmm.tsu.ru</u>

где

В связи с повышением точности современных наблюдений космических объектов возникает необходимость в пересмотре и усовершенствовании их моделей движения. За последнее время было получено много новых высокоточных наблюдений (в основном благодаря ПЗС-средствам) для естественных спутников планет, в частности близких спутников Юпитера.

В данной работе представлена численная модель движения близких спутников Юпитера, способная на длительном интервале времени (порядка 100 лет) с высокой точностью описывать их движение. Модель реализована на примере двух спутников — Амальтеи (JV) и Тебы (JXIV).

Численная модель. В основу модели положены уравнения в прямоугольных координатах, которые интегрировались методом Эверхарта 15-го порядка [1]. В качестве оцениваемых параметров были взяты компоненты начального вектора состояния динамической системы: координаты и компоненты скорости в начальный момент времени. Процесс исправления начального вектора состояния системы выполнялся по современным ПЗСнаблюдениям с использованием метода наименьших квадратов [2]. Дифференциальные коэффициенты (изохронные производные), необходимые для исправления орбиты, вычислялись путем численного интегрирования их дифференциальных уравнений (метод Мультона [3]) совместно с уравнениями движения.

Движение спутников рассматривалось в йовицентрической координатной системе, связанной с экватором Земли J2000. Дифференциальные уравнения движения в этой системе имеют вид

$$\frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{x}}{\mathrm{d} t^2} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{x} + \mathbf{P},$$

с начальными условиями

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0), \quad \dot{\mathbf{x}}_0 = \dot{\mathbf{x}}(t_0),$$

где **х** — вектор положения спутника; t — время ( $t_0$  — начальный момент времени);  $r = |\mathbf{x}|$  — радиус-вектор;  $\mu$  — гравитационная постоянная Юпитера; **Р** — возмущающие силы.

Возмущающие силы. Движение спутника рассматривалось в поле тяготения сжатой планеты (до гармоники  $V_6$ ) под действием сил притяжения Солнца, галилеевых спутников и релятивистских сил в рамках задачи Шварцшильда [4].

Возмущающие силы от Солнца и галилеевых спутников вычислялись по формуле

$$\mathbf{P}_{p} = \mu_{p} \left( \frac{\mathbf{x}_{p} - \mathbf{x}}{|\mathbf{x}_{p} - \mathbf{x}|^{3}} - \frac{\mathbf{x}_{p}}{|\mathbf{x}_{p}|^{3}} \right)$$

где  $\mu_P$  и  $\mathbf{x}_P$  — гравитационный параметр и вектор положения возмущающего тела соответственно. Для получения координат Солнца использовалась эфемерида DE200. Координаты галилеевых спутников вычислялись по формулам кругового движения

$$\begin{aligned} x_{G1} &= a_G \cos(n_G (t - T_J) + \Phi_G), \\ x_{G2} &= a_G \sin(n_G (t - T_J) + \Phi_G), \\ x_{G3} &= 0, \quad (G = \overline{1, 4}), \end{aligned}$$

где динамические параметры спутников  $a_G$ ,  $n_G$ ,  $T_J$ ,  $\Phi_G$  взяты из теории Лиске [5].

Для моделирования влияния от несферичности центральной планеты  $\mathbf{P}_N$  мы учитывали четыре зональные гармоники  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_4$ ,  $V_6$ , для которых на данный момент достаточно уверенно определены значения их коэффициентов  $J_2$ ,  $J_3$ ,  $J_4$ ,  $J_6$ .

Влияние от несферичности вычислялось по формуле

$$\mathbf{P}_{N} = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}}$$

$$V = -\mu J_2 \frac{b^2}{r^3} L_2(\sin \varphi) - \mu J_3 \frac{b^3}{r^4} L_3(\sin \varphi) - \mu J_4 \frac{b^4}{r^5} L_4(\sin \varphi) - \mu J_6 \frac{b^6}{r^7} L_6(\sin \varphi),$$

где b — экваториальный радиус Юпитера;  $\phi$  — широта спутника относительно экватора Юпитера;  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_4$ ,  $L_6$  — полиномы Лежандра. Кроме того, при вычислении  $\phi$  учитывалась прецессия экватора Юпитера.

Возмущения от релятивистских эффектов в рамках задачи Шварцшильда представлены в следующем виде:

$$\mathbf{P}_{R} = 4 \frac{\mu^{2}}{c^{2} r^{4}} \mathbf{x} + \frac{\mu}{c^{2} r^{3}} \Big[ 4(\mathbf{x} \cdot \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}^{2} \mathbf{x} \Big],$$

где *с* — скорость света.

**Численные результаты.** Построенная нами численная модель была применена к исследованию движения JV и JXIV спутников Юпитера — Амальтеи и Тебы (таблица).

Динамические характеристики Амальтеи и Тебы

Спутник	Год	а,	Τ,	<i>i</i> (°)	е
	откр.	КМ	сут		
Амальтея	1892	181300	0.498	0.4	0.003
Теба	1979	221900	0.675	0.8	0.015

По ПЗС-наблюдениям спутников, полученным на обсерваториях Palomar Mountain (675), Itajuba (874) и Terskol (B18), после предварительной отбраковки наблюдений было проведено улучшение начального вектора состояния динамической системы.

На рис. 1 представлены (невязки) разности наблюденных и вычисленных данных (О–С) для прямого восхождения ( $\Delta \alpha \cos \delta$ ) и склонения ( $\Delta \delta$ ). В соответствии с полученными невязками среднеквадратические ошибки составили: для Амальтеи 0.09", для Тебы 0.15", что говорит о хорошей согласованности модели с наблюдательными данными.



Рис. 1. Невязки О-С (для отбракованных наблюдательных данных — ○, для используемых — ●)

На основе новых начальных данных была выполнена оценка точности численной модели и влияния возмущающих факторов на движение Амальтеи.

Для получения этих оценок мы заменили реальные наблюдения на фиктивные, полученные из представления наблюдений в  $\alpha$  и  $\delta$  новой улучшенной орбитой. Затем мы вычисляли невязки, отключая в модели те или иные возмущающие силы. В качестве меры влияния возмущающих сил была выбрана полученная по этим невязкам их среднеквадратическая величина, которая представлена на рис. 2 для различных возмущающих факторов. В виду чрезмерно большой среднеквадратической величины возмущений от второй зональной гармоники на рисунке она не представлена.



Рис. 2. Влияние возмущающих факторов на орбитальное движение Амальтеи

Оценки влияния даны (в порядке возрастания) для ошибки интегрирования, больших планет, прецессии экватора Юпитера, гармоники  $V_3$ , Солнца, релятивистских эффектов, упрощенного представления движения галилеевых спутников, гармоники  $V_6$ , галилеевых спутников, гармоники  $V_4$ .

На рис. 2 представлен один интересный результат, связанный с представлением движения галилеевых спутников, которое необходимо для вычисления их гравитационного влияния на исследуемый спутник. Дело в том, что использование аналитических теорий (типа Лиске) для представления движения спутников-гигантов в данном случае весьма проблематично, поскольку это существенно снижает быстродействие численного моделирования. В связи с этим возникает соблазн упростить имеющуюся теорию. На рисунке представлена ошибка, связанная с упрощением представления движения галилеевых спутников (Circ. Model of Galsats), когда вместо действительного их движения рассматривается круговое. Из приведенных данных видно, что при наличии наблюдений с точностью до 0.1" использование круговой модели галилеевых спутников вполне допустимо.

Из рисунка также видно, что влияние больших планет (Planets) существенно меньше влияния других возмущающих факторов, и на данный момент, учитывая уровень точности современных наблюдений, этот фактор вообще можно не учитывать.

Наконец, следует отметить, что точность интегрирования орбитального движения (Integration Errors) достаточно высока и вполне приемлема для решения поставленной нами задачи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Everhart E. Implicit Single–Sequence Methods for Integrating Orbits // Cel. Mech. 1974. Vol. 10. P. 35–55.
- Эльясберг П.Е. Определение движения по результатам измерений М.: Наука, 1986. 416 с.
- Бордовицына Т.В., Быкова Л.Е. Теория движения и эфемериды на 1979–2000 годы. Томск, 1978. 122 с.
- Брумберг В.А. Релятивистская небесная механика. М: Наука, 1972. 384 с.
- Lieske J.H. Galilean Satellites Ephemerides E–5 // Astron. Astrophys. 1998. Vol. 129. P. 205–217.