

УДК 521.1

*В.А. АВДЮШЕВ, Т.Ю. ГАЛУШИНА***ЛИНЕЙНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ДЛЯ БЫСТРОГО ЧИСЛЕННОГО ОЦЕНИВАНИЯ
ВЕРОЯТНОСТИ СТОЛКНОВЕНИЯ АСТЕРОИДА С ЗЕМЛЕЙ¹**

В работе предлагается численный метод быстрого оценивания вероятности столкновения астероида с планетой, который основан на линейных отображениях начального облака виртуальных астероидов относительно столкновительной орбиты на моменты ожидаемого сближения небесных тел и регистрации столкновений виртуальных объектов с массивным телом. Предлагаемый метод тестируется на примере астероида 2008 СК70, который на данный момент имеет достаточно высокую вероятность столкновения с Землей на 14 февраля 2030 г.

1. Введение

Одной из важных динамических характеристик астероидов, сближающихся с Землей, является вероятность их столкновения с планетой. Эта характеристика позволяет выделить среди сближающихся астероидов наиболее опасные, которые заслуживают тем самым наиболее пристального внимания в плане тщательного и детального исследования их орбитальной динамики, например, с целью выработки возможных сценариев и средств для предотвращения угроз нам природой столкновения очередного небесного «змея-разрушителя» с Землей.

Такое явление как столкновение астероида с нашей планетой, которое может привести к уничтожению всего человечества, очевидно, весьма значимое, поэтому даже его малая вероятность порядка 10^{-6} – 10^{-7} не может рассматриваться как пренебрежимо малой, и все астероиды, имеющие большую вероятность столкновения с Землей, должны, безусловно, причисляться к классу опасных объектов.

Численное оценивание вероятности столкновения астероида с планетой основано на статистическом и динамическом моделировании (см., например, [1]). Применяя методы регрессионного анализа, из наблюдений определяют орбитальные параметры астероида, составляют ковариационную матрицу параметрических ошибок, и статистическими методами формируют облако виртуальных динамических состояний астероида в фазовом пространстве орбитальных параметров [2]. Затем, используя орбитальную модель астероида, облако отображают в физическое пространство на заданный интервал времени, когда ожидается тесное сближение астероида, и регистрируют попадания виртуальных астероидов в тело планеты. Число попавших виртуальных астероидов за одно сближение к общему числу дает оценку вероятности столкновения астероида с планетой. Очевидно, чем больше виртуальных астероидов, тем точнее оценка вероятности. В частности, чтобы численно выявить малую вероятность столкновения, количество виртуальных астероидов должно быть больше обратной величины ожидаемой вероятности.

Между тем отображение облака неопределенности на основе численного моделирования орбитального движения с необходимостью предполагает численное интегрирование орбиты каждого виртуального астероида, что требует значительных затрат процессорного времени, в особенности, если сближение астероида ожидается в неблизком будущем. Следовательно, вычисление малых вероятностей должно быть чрезвычайно трудоемким, поскольку оно фактически выполнимо лишь при наличии весьма большого количества виртуальных астероидов, когда легкое облачко фактически превращается в густую тучу.

Эта проблема решалась бы весьма просто, если бы модель движения была линейной (либо, по крайней мере, почти линейной). Тогда было бы возможным использовать линейные (аналитические) оценки регрессионного анализа без статистического и динамического моделирования огромного количества орбит виртуальных астероидов. К сожалению, все орбитальные модели астероидов, тесно сближающихся с планетами, сильно нелинейны, причем существенное проявление нелинейности возникает при каждом тесном сближении с массивным небесным телом, когда облако неопределенности может быть буквально разорвано на части.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (Соглашение № 8343), а также Российского фонда фундаментальных исследований (№ 11-02-00918-а).

2. Линейные отображения

Вообще говоря, как бы сильна ни была нелинейность, и как бы существенно ни трансформировалось облако неопределенности, вблизи некоторого номинального положения астероида $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}(t, \hat{\mathbf{q}})$ с номинальными значениями орбитальных параметров $\hat{\mathbf{q}}$ линейное преобразование

$$\mathbf{p} = \hat{\mathbf{p}} + \left. \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} \right|_{t, \hat{\mathbf{q}}} (\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}}), \quad (1)$$

достаточно хорошо описывает распределение виртуальных астероидов, и чем ближе к номинальному положению, тем лучше. Здесь $\mathbf{p} = \mathbf{p}(t, \mathbf{q})$ — модель астероидного движения в фазовом пространстве координат и скоростей: $\mathbf{p} = (\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})^T$; t — время; \mathbf{q} — вектор параметров модели, точнее, вектор динамического состояния $\mathbf{q} = (\mathbf{x}_0, \dot{\mathbf{x}}_0)^T$ на начальный момент времени t_0 .

Поскольку нас интересует только количество столкновительных орбит, то линейное отображение (1) следует строить относительно одной из них, желательно, около той виртуальной орбиты, которая обеспечивает наименьшее планетоцентрическое расстояние. Назовем такую орбиту целевой.

Поиск целевой орбиты можно выполнять следующим образом [3]. Моделируем начальное облако виртуальных астероидов и отображаем его линейно на момент, когда номинальный астероид (орбита которого получена из наблюдений) достигнет наименьшего расстояния до планеты. В данном случае номинальная орбита выступает в качестве нулевого приближения целевой орбиты. Затем из начального облака выбираем тот виртуальный астероид, который при сближении, согласно линейному отображению (1), обеспечивает минимальное планетоцентрическое расстояние. Орбиту этого астероида принимаем за следующее приближение целевой орбиты. Теперь относительно нее строим линейное отображение, которое применяем к начальному облаку виртуальных астероидов, и так далее, пока на очередной итерации не получим ту же самую орбиту как и на предыдущей итерации. Она и будет искомой целевой. Как показывает практика, для поиска целевой орбиты требуется всего лишь несколько итераций.

Далее, как только целевая орбита найдена, остается выполнить относительно нее линейное отображение начального облака неопределенности на моменты сближения номинального астероида с Землей, и для оценки вероятности подсчитать число попавших в тело планеты виртуальных астероидов. Впрочем, для упрощения вычислительного процесса на данном этапе достаточно выполнить линейное отображение только на момент минимального планетоцентрического расстояния астероида, а количество столкновительных орбит определить по распределению перицентрических расстояний относительно планеты, используя формулы задачи двух тел.

3. Численные результаты. Объект 2008 СК70

Линейные отображения были опробованы на примере астероида 2008 СК70 (большая полуось $a = 1.1$ а.е.; эксцентриситет $e = 0.47$; наклонение относительно эклиптики $i = 6.1^\circ$), который на данный момент имеет достаточно высокую вероятность столкновения с Землей на 14 февраля 2030 г.

Чтобы сформировать начальное облако виртуальных астероидов, необходимо было предварительно из наблюдений получить оценки орбитальных параметров $\hat{\mathbf{q}}$ и ковариационной матрицы \mathbf{C}_q . Оценивание выполнялось в рамках задачи наименьших квадратов без взвешивания. Наблюдения, угловые координаты — прямое восхождение и склонение, брались с интернет сайта Minor Planet Center (minorplanetcenter.net). Количество используемых наблюдений — 77, и они покрывают короткий временной интервал около пяти суток. В результате обработки наблюдений среднеквадратическая ошибка составила величину $0.46''$, которая хорошо согласуется с дисперсиями ошибок современных наземных астрометрических наблюдений.

Численное моделирование астероидных орбит (как для представления наблюдений, так и для последующего прогноза движения) выполнялось в прямоугольных координатах с учетом гра-

витационного влияния Солнца, больших планет, Плутона, Луны, Цереры, Паллады, Весты, сжатия Земли, а также релятивистских эффектов (от Солнца) в рамках задачи Шварцшильда. Дифференциальные уравнения, лежащие в основе численных моделей, интегрировались методом Эверхарта 19-го порядка (неявным коллокационным методом Рунге–Кутты на разбиении Гаусса–Радо) [4]. Положения больших планет, Плутона и Луны, необходимые для определения значений правых частей уравнений, вычислялись по интерполяционным формулам эфемериды DE405 [5], тогда как положения астероидов Цереры, Паллады и Весты моделировались численно (путем интегрирования дифференциальных уравнений их движения) совместно с моделированием орбиты 2008 СК70. Все вычисления выполнялись на суперкомпьютере «Cyberia» (566 двухъядерных процессоров Intel® Xeon® Processor 5150) Томского государственного университета.

Для статистического моделирования облака неопределенности использовалась линейная схема [2]: $\mathbf{q} = \hat{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_q^{1/2} \mathbf{v}$; где \mathbf{q} — вектор динамического состояния виртуального астероида; $\hat{\mathbf{q}}$ — вектор номинального динамического состояния, полученный из наблюдений; $\mathbf{C}_q^{1/2}$ — матрица Холецкого: $\mathbf{C}_q^{1/2} (\mathbf{C}_q^{1/2})^T = \mathbf{C}_q$; \mathbf{v} — случайный шестимерный нормально распределенный вектор с нулевым векторным средним и единичной ковариационной матрицей.

Численные результаты показали, что оценки вероятности столкновения 2008 СК70 с Землей, полученные численным интегрированием всех виртуальных орбит и линейным отображением, очень хорошо согласуются и составляют величину порядка 0.05%. Между тем быстрое действие метода на основе линейных отображений существенно выше (см. табл.), и тем значительнее, чем больше виртуальных орбит используются.

Табл. Эффективность линейных отображений

Количество виртуальных астероидов	Процессорное время (мин)	
	Численное интегрирование	Линейное отображение
10^4	1023	3
10^5	13453	4
10^6	130134	6
10^7	—	12

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Milani A., Chesley S.R., Valsecchi G.B. // Planet. Space Sci. 2000. Vol. 48. P. 945–954.
2. Avdyushev V.A. // Celest. Mech. 2011. Vol. 110. No. 4. P. 369–388.
3. Авдюшев В. А. // Изв. вузов. Физика. 2012. Т. 55. № 10/2. С. 5–10.
4. Авдюшев В. А. // Вычисл. технологии. 2010. Т. 15. № 4. С. 31–47.
5. Standish E.M. // Interof. Memor. 1998. Vol. 312. F-98-048. P. 1–18.

V.A. AVDYUSHEV, T.YU. GALUSHINA

LINEAR MAPPING FOR QUICK NUMERICAL ESTIMATING PROBABILITY OF ASTEROID–EARTH COLLISION

In the paper is presented a numerical method for quick estimating the probabilities of a collision of an asteroid with a planet. It is based on linear mapping a initial cloud of virtual asteroids relative to some collisional orbit at the times of an expected approach of the celestial bodies and on registering the collisions of virtual bodies with the massive one. The method is tested for asteroid 2008 СК70 that has sufficiently high probability to collide with the Earth on 14 February 2030.

Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия
E-mail: astro.tsu@mail.ru

Поступила в редакцию 02.06.12

Авдюшев Виктор Анатольевич, д.ф.-м.н., НИИ ПММ ТГУ;
Галушина Татьяна Юрьевна, к.ф.-м.н., НИИ ПММ ТГУ.